Лекция 1

Содержание

1 Задачи адаптивной оптики. 1

2 Идея фазовой коррекции 2

3 Системы с аберрациями 2

3.1 Теневая проекция 2
3.2 Принцип Гюйгенса-Френеля 2
3.3 Функция отклика 3
3.4 Изопланатические системы 3
3.5 Передаточная функция 3
3.6 Решение уравнения Гельмгольца 4
3.7 Приближение Френеля. 5
3.8 Дальнейшие задачи 5

4 Задания по Лекции 1 5

5 Вопросы по Лекции 1 5

1 Типичные задачи адаптивной оптики

- Повышение углового разрешения оптических телескопов и ограничения, вносимые атмосферной турбулентностью:
  $\Delta\varphi \approx \frac{\lambda}{D}$ — без аберраций, $\Delta\varphi \approx \frac{\lambda}{r_0}$ — в атмосфере
  (D — диаметр приемной апертуры, r_0 — радиус Фрида);

- Повышение яркости изображения звезды:
  $I_0 \approx D^4$– без искажений, $I_0 \approx D^2 r_0^2$ — при фазовых искажениях;

- Звездный интерферометр Майкельсона для определения угловых размеров звезд – необходима стабилизация оптической разности хода двух пучков;

- Формирование лазерных пучков в атмосфере (похожая задача – направление распространения волны обратно).

2 Идея фазовой коррекции

Общая идея улучшения качества подобных систем: введение фазовой коррекции в реальном времени — рис. 1. Трудности осуществления – необходимость фазовых измерений (датчики волнового фронта — ДВФ), сложность реализации корректоров (адаптивных зеркал).

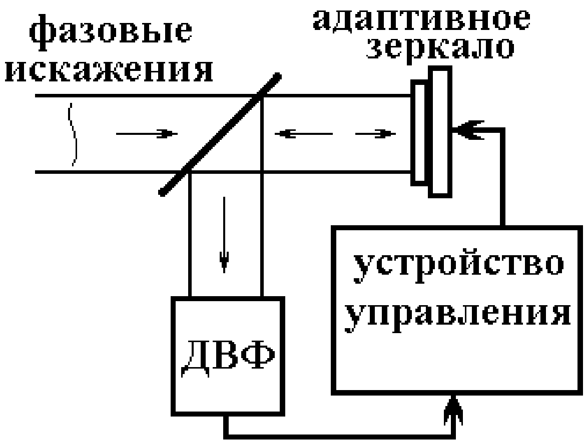

Рис. 1: Структура Адаптивной Оптической Системы

3 Оптические системы с аберрациями и методы их описания.

3.1 Пример: теневая проекция при когерентном освещении.

Комплексная амплитуда монохромной волны $E = Ue^{-j\omega t}$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца: $\Delta U + k^2 U = 0$. В приближении скалярной теории дифракции решение дается дифракционным интегралом Рэлея-Зоммерфельда:

$$U(\vec{\rho_2}) = \frac{1}{j\lambda}\int U(\vec{\rho_1})\frac{e^{jkr}}{r}cos(\vartheta)d^2\vec{\rho_1}. \tag{1}$$

Для параксиального приближения $\vartheta << 1, r \approx z, cos\vartheta \approx 1$:

$$U(\vec{\rho_2}) \approx \frac{1}{j\lambda z}\int U(\vec{\rho_1})e^{jkr}d^2\vec{\rho_1}. \tag{2}$$

(далее все в параксиальном приближении).

3.2 Принцип Гюйгенса-Френеля

Формула (2) выражает принцип Гюйгенса-Френеля. В случае, если среда между плоскостями 1 и 2 неоднородна, вместо r в ф-лу (2) следует подставить оптическую длину пути $l(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2})$ между этими точками, тогда получим обобщенный интеграл Гюйгенса-Френеля. Практически честно вычислить $l(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2})$ затруднительно, однако с хорошим приближением можно положить $l(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2}) \approx \int\limits_1^2 n(\vec{r}dl)$ вдоль прямой, соединяющей эти точки, т.е. вдоль невозмущенного луча.

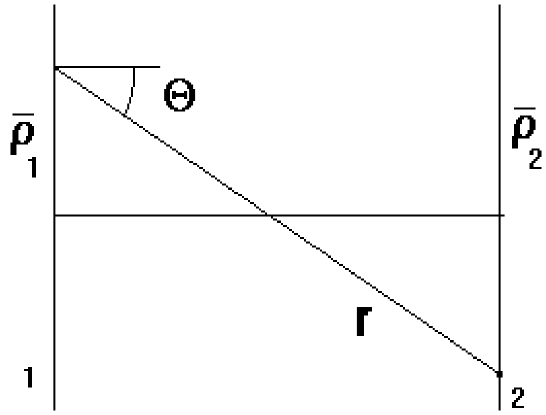

Рис. 2: Геометрия распространения волны

3.3 Функция отклика когерентной оптической системы

Таким образом в нашем примере

$$U_2(\vec{\rho_2}) = \int U_1(\vec{\rho_1}) h(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2}) d^2\vec{\rho_1} \tag{3}$$

где для нашего примера

$$\begin{array}{c} h(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2}) = \frac{1}{j\lambda z} exp[jkl(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2})]; \\ \text{в пустоте} \\ l(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2}) = r = \sqrt{z^2 + (\vec{\rho_1} - \vec{\rho_2})^2}. \end{array} \tag{4}$$

Формула (3) имеет общий характер и справедлива для широкого класса линейных оптических систем. Задача анализа системы — нахождение функции $h(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2})$ — импульсной реакции или функции отклика когерентной системы.

3.4 Изопланатические системы

В рассмотренном примере

$$h(\vec{\rho_1}, \vec{\rho_2}) = h(\vec{\rho_1} - \vec{\rho_2}) \qquad (\text{для пустоты}).$$

Системы такого типа называют изопланатическими (или изопланарными). Пустое пространство – редкий пример строго изопланатической системы. Во многих случаях это свойство выполняется приближенно для некоторой части входной плоскости: $|\vec{\rho_1}| \leq \rho_0$. В этом случае ρ_0 — радиус области изопланатизма. Фазовые неоднородности приводят, вообще говоря, к потере изопланатичности.

3.5 Передаточная функция когерентной системы

Формула (3) в случае изопланарной системы имеет вид:

$$U_2(\vec{\rho_2}) = \int U_1(\vec{\rho_1}) h(\vec{\rho_1} - \vec{\rho_2}) d^2\vec{\rho_1} \tag{5}$$

Применив 2–мерное преобразование Фурье и теорему о свертке, для соответствующих Фурье-образов получим:

$$\mathbf{U_2}(\vec{k}) = \mathbf{U_1}(\vec{k})\mathbf{H}(\vec{k}) \tag{6}$$

Двумерное Фурье-преобразование здесь и далее используется в форме:

$$\begin{array}{l} U(\vec{\rho}) = \int \mathbf{U}(\vec{k}) exp(j\vec{k}\vec{\rho}) d^2k, \\ \mathbf{U}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int U(\vec{\rho}) exp(-j\vec{k}\vec{\rho}) d^2\rho. \end{array} \tag{7}$$

Функция $\mathbf{H}(\vec{k})$ называется передаточной функцией когерентной оптической системы.

3.6 Решение уравнения Гельмгольца

Явный вид функции $\mathbf{H}(\vec{k})$ можно получить, выполнив Фурье-преобразование функции h из (4) для пустого пространства (**Задание**: попробуйте это проделать). Проще, однако, найти $\mathbf{H}(\vec{k})$ из физических соображений. Попробуем найти решение уравнение Гельмгольца в полупространстве $z > 0$ при граничном условии во входной плоскости системы:

$$\Delta U - k^2 U = 0, \qquad U(0, \rho) = U_1(\rho).$$

Частное решение уравнения – плоская волна:

$$U = Aexp\left[j(k_x x + k_y y + k_z z)\right] \qquad {k_x}^2 + {k_y}^2 + {k_z}^2 = \mathbf{k}^2.$$

A – произвольная амплитуда. Будем рассматривать $\vec{k} = \{k_x, k_y\}$ как произвольный параметр, тогда $k_z = \sqrt{\mathbf{k}^2 - \vec{k}^2}$. Согласно принципу суперпозиции

$$U(z, \rho) = \int A(\vec{k}) exp\left[j(k_z z + \vec{k}\vec{\rho})\right] d^2k, \quad \vec{\rho} = \{x, y\}. \tag{8}$$

Представим U_1 интегралом Фурье:

$$U_1(\rho) = \int \mathbf{U}_1(\vec{k}) exp\left[j\vec{k}\vec{\rho}\right] d^2k. \tag{9}$$

Сравнивая (8) при z=0 и (9), видим:

$$\begin{array}{l} A(\vec{k}) = \mathbf{U}_1(\vec{k}), \\ U_2(\rho) = U(z, \rho) = \int \mathbf{U}_1(\vec{k}) exp\left[j(k_z z + \vec{k}\vec{\rho})\right] d^2k = \\ = \int\limits_{|\vec{k}| \le \mathbf{k}} \mathbf{U}_1(\vec{k}) exp\left[j(k_z z + \vec{k}\vec{\rho})\right] d^2k. \end{array} \tag{10}$$

В области $|\vec{k}| > \mathbf{k}$ выражение под знаком интеграла описывает неоднородные волны, быстро затухающие по направлению оси z. При $z \gg \lambda$, вкладом этих волн можно пренебречь, тогда интегрирование в (10) можно распространить до ∞, обьявив функцию под знаком интеграла равной 0 при $|\vec{k}| > \mathbf{k}$. Итак:

$$U_2(\vec{\rho}) = \int \mathbf{U}_1(\vec{k}) \mathbf{H}(\vec{k}) exp\left[j\vec{k}\vec{\rho}\right] d^2k, \tag{11}$$

где

$$\mathbf{H}(\vec{k}) = \begin{cases} exp\left[jz\sqrt{\mathbf{k}^2 - \vec{k}^2}\right], & |\vec{k}| \leq \mathbf{k} \\ 0, & |\vec{k}| > \mathbf{k}. \end{cases} \tag{12}$$

Сравнивая эти формулы с (7), заключаем, что $\mathbf{U}_2(\vec{k}) = \mathbf{U}_1(\vec{k})\mathbf{H}(\vec{k})$, где $\mathbf{H}(\vec{k})$ соответствует определению (12).

3.7 Приближение Френеля.

При достаточно малой расходимости световых пучков $|\vec{\rho}| \ll z$, $|\vec{k}| \ll \mathbf{k}$. В этом случае:

$$\begin{array}{l} r = \sqrt{z^2 + \zeta^2} \approx z + \frac{1}{2z}\zeta^2, \quad \zeta = \vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_1 \\ k_z = \sqrt{\mathbf{k}^2 - k^2} \approx \mathbf{k} - \frac{1}{2\mathbf{k}}k^2. \end{array} \tag{13}$$

И выражение для $h(r)$ и $\mathbf{H}(\vec{k})$ имеют вид:

$$\begin{array}{l} h(\zeta) = \frac{1}{j\lambda z}\exp(jkz)\exp\left[j\frac{k}{2z}\zeta^2\right] = C_1\exp\left[j\frac{k}{2z}\zeta^2\right] \\ \mathbf{H}(k) = \exp(jkz)\exp\left[-j\frac{z}{2k}k^2\right] = C_2\exp\left[-j\frac{z}{2k}k^2\right] \end{array} \tag{14}$$

Ф-ла (14) дает выражения для $\mathbf{H}(k)$ в приближении Френеля. В дальнейшем в большинстве случаев будем пользоваться этим приближением.

3.8 Дальнейшие задачи

Линейная оптическая система (изопланарная) описывается либо функцией $h(r)$ (импульсным откликом), либо передаточной функцией $\mathbf{H}(\vec{k})$. Задача анализа оптической системы – нахождение этих функций. В разобранном примере они найдены для отрезка пустого пространства (теневая проекция при когерентном освещении). Дальнейшие задачи: найти эти функции для изображающей системы с аберрациями.

4 Задания по Лекции 1

1. Получить явный вид ф-ции $\mathbf{H}(k)$, выполнив Фурье-преобразование ф-ции h (**??**) для пустого пространства.

5 Вопросы по Лекции 1

1. Как атмосферная турбулентность влияет на астрономические телескопы, и чем может помочь адаптивная оптика?

Список литературы

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики, М.: Наука, 1985, 288 с.

2. А.В. Токовинин. Учебное пособие по адаптивной оптике обсерватории Серро Тололо, `http://www.astronet.ru/db/msg/1205112/intro.html`