

Лекция 9 Измерение искажений ВФ в адаптивной оптике

1. Измерение локальных наклонов.
2. Принципиальные ограничения: дробовой шум фотонов.
3. Сдвиговые интерферометры.

1. **Измерение локальных наклонов.** Место датчика волнового фронта (ДВФ) в структуре АС: измерение (ДВФ) → обработка (устр-во управления) → коррекция (Адаптивное Зеркало).

Принципиальное отличие ДВФ в АО – отсутствие опорного пучка, поэтому возможно измерение лишь относительной разности фаз двух участков ВФ → измерение локальных наклонов ВФ, или градиента фазового профиля: $\left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\}$.

2. **Потенциальная чувствительность измерения локальных наклонов ВФ.**

Измерение угла прихода одного фотона: точность – угол дифракции на измерительной апертуре D (z – направление движения фотона, x, y – координаты в плоскости измерительной апертуры, c – скорость света, ν , λ – частота и длина волны фотона):

$$Dp_y \geq h, \quad p_y = p \sin \alpha \cong \alpha p = \alpha \left(\frac{hc}{\nu} \right), \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx \sigma_\alpha \geq \frac{\lambda}{D}. \quad (2.1)$$

Повысить точность измерения можно, усредняя информацию, полученную от большого числа N фотонов:

$$\sigma_\alpha(N) \cong \frac{\lambda}{D} / \sqrt{N}, \quad N = IS\tau / \varepsilon \Rightarrow \sigma_\alpha(N) \cong \frac{\lambda}{D} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS\tau}} \quad (2.2)$$

здесь I – интенсивность светового пучка, S – площадь апертуры, τ – время измерения, ε – энергия одного фотона. Для вычисления профиля фазы полная апертура системы разбивается на субапертур, при этом $S_M = S/M$ и $D_M = D/\sqrt{M}$, в результате ошибка измерения локального наклона на одной субапертуре равна:

$$\sigma_\alpha(N/M) = \frac{\lambda}{D_M} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS_M\tau}} = M \frac{\lambda}{D} \sqrt{\frac{\varepsilon}{IS\tau}} = M\sigma_\alpha(N) \quad (2.3)$$

Т.о. – **невозможно одновременно увеличивать точность измерений (уменьшать σ_α) и повышать пространственное разрешение (увеличивать число M субапертур).**

Вопрос: а сколько M нужно? Качественная оценка:

$$M \cong \left(\frac{D}{r_0} \right)^2 \quad (2.4)$$

где r_0 – характерный размер неоднородностей ВФ, например, для турбулентной атмосферы – фридковский радиус.

3. Сдвиговые интерферометры.

Классификация: Принцип: радиальный сдвиг
 Поперечный сдвиг
 Конструкция: вращающиеся дифракц. Решетки
 Плоско-параллельные пластинки
 Двулучепреломляющие кристаллы



Интенсивность в области перекрытия интерферирующих пучков:

$$I(x) = (I_0/2) \{1 + \gamma \cos[\varphi(x+s) - \varphi(x) + \varphi_0]\} \quad (3.1)$$

Если $\varphi_0 \cong \pi/2$, и фаза φ незначительно изменяется на интервале s то:

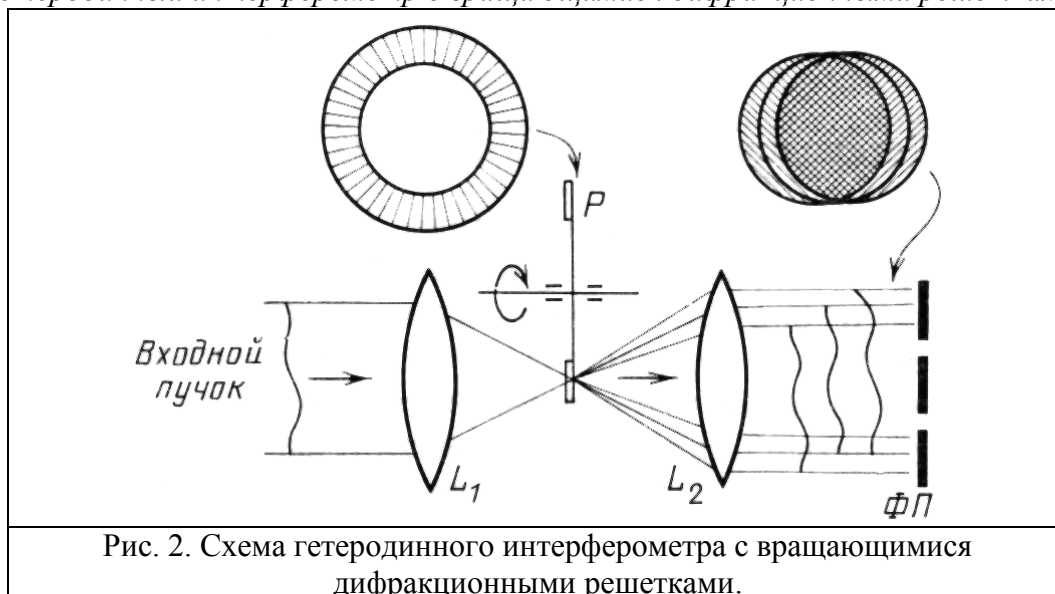
$$\varphi(x+s) - \varphi(x) \cong s \frac{\partial \varphi}{\partial x} = k \alpha_x s \quad (3.2)$$

$$I(x) = (I_0/2) \{1 + \gamma \sin[\Delta\varphi]\} \cong (I_0/2) \{1 + \gamma k \alpha_x s\}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, α_x – компонента локального наклона ВФ.

При $\Delta\varphi < 1 \Rightarrow \gamma k \alpha_x s \ll 1$,

3.1 Гетеродинный интерферометр с вращающимися дифракционными решетками.



Пусть комплексная амплитуда поля в плоскости входного зрачка:

$$A(\mathbf{r}) = A_0(\mathbf{r}) \exp[i\varphi(\mathbf{r})] \quad (3.3)$$

Поле в фокальной плоскости первой линзы (F – фокусное расстояние линзы), перед решеткой:

$$A_F^{(-)}(\mathbf{r}') = \int A(\mathbf{r}) \exp[-ik(\mathbf{r}\mathbf{r}')/F] d^2\mathbf{r} \quad (3.4)$$

Поле за решеткой ($T(x')$ – коэффициент пропускания решетки):

$$A_F^{(+)}(\mathbf{r}') = A_F^{(-)}(\mathbf{r}') T(x') \quad (3.5)$$

Поле в плоскости изображения (фокусные расстояния линз одинаковые):

$$\tilde{A}(\mathbf{r}'') = \int A_F^{(+)}(\mathbf{r}') \exp[-ik(\mathbf{r}'\mathbf{r}'')/F] d^2\mathbf{r}' \quad (3.6)$$

Т.к. $T(x')$ – периодическая функция, представим его в виде ряда Фурье:

$$T(x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \exp(iK_0 n x'), \quad K_0 = 2\pi/\Lambda, \quad (3.7)$$

$$T_n = (2/\Lambda) \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} T(x') \exp(-iK_0 n x') dx'.$$

Можно показать (задание для студентов):

$$\tilde{A}(\mathbf{r}'') = (2\pi F/k)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \exp(-in\omega_0 t) A(-x'' + n\Delta, -y''), \quad (3.8)$$

$$\Delta = \lambda F/\Lambda$$

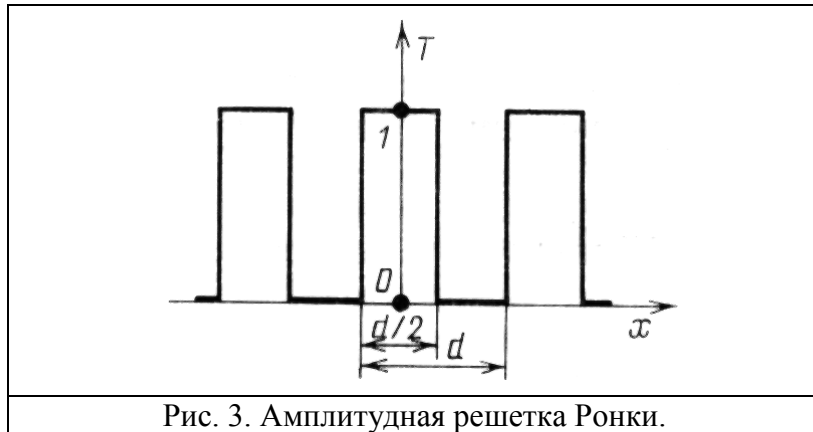


Рис. 3. Амплитудная решетка Ронки.

Для амплитудной решетки Ронки:

$$T_0 = 1/2, \quad T_n = \sin(\pi n/2)/\pi n, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.9)$$

При анализе сигнала фотоприемника можно учитывать только члены с $n=0, -1, +1$ (почему? – задание для студентов):

$$\tilde{A} \approx A_0(\mathbf{r})/2 \exp[i\omega t + i\varphi(\mathbf{r})] + A_0(x + \Delta, y)/\pi \exp[i(\omega - \omega_0)t + i\varphi(x + \Delta, y)] + A_0(x - \Delta, y)/\pi \exp[i(\omega + \omega_0)t + i\varphi(x - \Delta, y)]. \quad (3.10)$$

Для интенсивности $\tilde{A}\tilde{A}^*/2$ получим, разлагая функцию $\varphi(x \pm \Delta, y)$ в ряд Тейлора:

$$I_0 \approx (A_0^2/\pi) \cos[\omega_0 t - (\partial\varphi/\partial x)\Delta], \quad \Delta = \lambda F/\Lambda. \quad (3.11)$$

+Качественное объяснение.

3.2 Гетеродинный интерферометр с совмещенными решетками.

Требования к совмещенным дифракционным решеткам:

- 1) Одновременная дифракция в двух ортогональных направлениях;
- 2) Гетеродинирование для x- и y-направлений должно осуществляться на разных частотах (разное число полос);
- 3) Одинаковый пространственный период для x- и y-направлений;
- 4) Решетки должны быть радиальными: расстояние между линиями должно линейно меняться с радиусом;
- 5) Для удобства изготовления решетка должна быть бинарной.

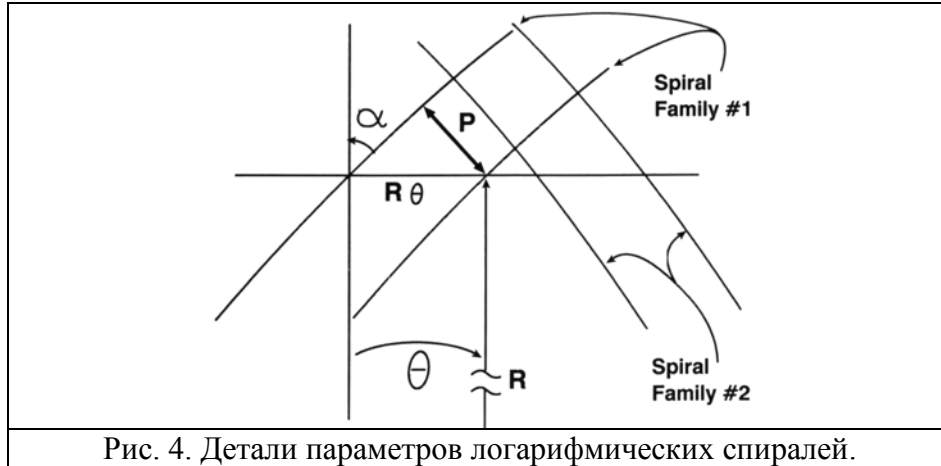


Рис. 4. Детали параметров логарифмических спиралей.

Логарифмическая спираль: $r = Re^{k\vartheta}$; (3.12)

R – опорный радиус при $\theta=0$. Свойство логарифмической спирали – ее линии пересекают радиальные линии с постоянным углом:

$$ctg(\alpha) = \frac{\partial r}{r \partial \vartheta} = \frac{k Re^{k\vartheta}}{r} = k. \quad (k - \text{параметр спирали}) \quad (3.13)$$

Семейство спиралей (N – количество спиралей):

$$r_n = Re^{k(\vartheta+n\Theta)}, \quad n = 0, 1, \dots, N; \quad \Theta = 2\pi / N. \quad (3.14)$$

Дифракционный период решетки:

$$P = R\Theta \cos \alpha. \quad (3.15)$$

Линии второго семейства спиралей должны быть ортогональны первому:

$$k_2 = ctg(\alpha_2) = \frac{-1}{ctg(\alpha_1)} = -\frac{1}{k_1}. \quad (3.16)$$

Из равенства дифракционных периодов двух семейств (3.15):

$$R\Theta_1 \cos \alpha_1 = R\Theta_2 \cos \alpha_2. \quad (3.17)$$

Из (3.14) и (3.17):

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{N_1}{N_2}; \quad (3.18)$$

Из условий ортогональности (см. рис.4): $\cos \alpha_2 = \cos(\pi/2 - \alpha_1) = \sin \alpha_1$, тогда из (3.18):

$$k_1 = ctg \alpha_1 = \frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} = \frac{N_1}{N_2}; \quad \text{И} \quad k_2 = -\frac{N_2}{N_1}. \quad (3.19)$$

Задания по Лекции 9.

1. Вывести формулу (3.8). Использовать представление δ -функции:
$$\int \exp[i(k - k_0)x] dx = 2\pi\delta(k - k_0)$$
2. Вывести формулу (3.10). Учесть возможность частотной фильтрации сигнала на выходе фотоприемника.
3. Оцените необходимую точность изготовления решетки Ронки, исходя из допустимого уровня «четных» гармоник.

Вопросы по Лекции 9.

1. Адаптивные системы фазового сопряжения и апертурного зондирования: схемы, оценки быстродействия.
2. Специфика измерения искажений ВФ в адаптивной оптике. Принципы работы основных типов ДВФ.
3. Принципиальные ограничения точности измерения ВФ: дробовой шум фотонов.
4. Интерферометры поперечного сдвига: основные соотношения.
5. Гетеродинный интерферометр поперечного сдвига на вращающихся дифракционных решетках: принцип действия, параметры.
6. Гетеродинный интерферометр с совмещенными решетками.